CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS

Tema 2.1

Electrostática

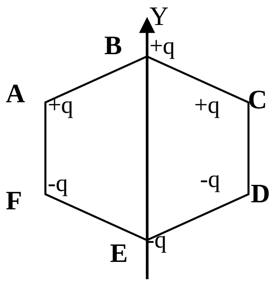
P1.- En los vértices de un triángulo equilátero de lados *s* están situadas tres cartas positivas iguales de valor *q*.

(a) ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre la carga situada en el vértice superior?

(b) ¿Cuál es el campo eléctrico neto *E* en el punto medio de la base?

(c) ¿Cuál es el campo eléctrico neto *E* en el punto donde se cortan las bisectrices de los tres ángulos?

P2.- En los puntos de la figura, referidos a un sistema plano de ejes coordenados y que



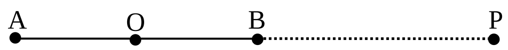
corresponden a los vértices de un hexágono regular de 5cm de lado, están situadas las cargas que se indican ($q = 1nC$). Hallar el valor del campo eléctrico en el origen de coordenadas, que coincide con el centro del hexágono.

P3.- Disponemos de tres bolitas esféricas conductoras idénticas, *A*, *B* y *C*, de radio tan pequeño que se pueden considerar puntuales. Las dos primeras esferillas están fijas a una distancia $l = 100cm$ y tienen carga eléctrica negativa, siendo la de *A* 5 veces mayor que la de *B*. La esferilla *C* se encuentra inicialmente en estado neutro y se puede mover libremente a lo largo de la recta *AB* horizontal.

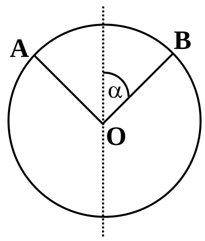
(a) Cogemos la bolita *C* con unas pinzas aislantes y la ponemos en contacto con la *A*, dejándola luego en libertad. Determinar la posición en que dicha bolita *C* quedará en equilibrio.

(b) Volvemos a coger la bolita *C* con las pinzas, poniéndola en contacto con la *B* y dejándola posteriormente libre. Determinar la nueva posición de equilibrio.

P4.- Hallar el campo eléctrico creado por el conducto *AB* (ver figura) de densidad lineal $\lambda = 10^{-6}$ cul/m y longitud l=10cm en un punto *P* a una distancia *OP*=*a*=*50*cm. Calcular el potencial en el mismo punto *P*.



P5.- Hallar el campo eléctrico en el punto *O* debido a un conductor *AB* que tiene la forma de un arco de círculo de radio $R = 20cm$, visto desde *O* bajo un ángulo $2\alpha = 120^{\circ}$ y que tiene una densidad de carga lineal $\lambda = 1.7 \cdot 10^{-9}$ cul/m. Hallar el potencial en el mismo punto.



P6.- Calcular el campo creado por una espira de radio *a* con una densidad de carga lineal uniforme λ_0 (centrada en el origen y en el plano $z = 0$) en un punto *P* de su eje a una distancia *z* del centro de dicha espira (expresado en función de *q*). Aplicar el resultado a puntos muy alejados de la espira ($|z| >>> a$).

P7.- Calcular el campo creado por un disco de radio a y carga superficial uniforme σ, en un punto *P* de su eje a una distancia *z* del centro de dicho disco. Aplicar el resultado al caso de que el disco se haga muy grande.

P8.- Una distribución esférica de carga está dada por:

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 \left[1 - \left(r^2 / a^2 \right) \right] & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases}$$

(a) Calcular la carga total.

(b) Encontrar la intensidad del campo E y el potencial V en el exterior de la distribución de carga.

(c) Encontrar E y V en el interior.

P9.- Una carga Q_1 se encuentra distribuida de forma volúmica y uniformemente en una esfera de radio a. A una distancia $b > a$ y con el mismo centro, se encuentra una distribución uniforme y superficial de carga σ con forma esférica. Hallar el campo y el potencial en todos los puntos del espacio.

P10.- Dada una distribución de carga de forma cilíndrica muy larga y de radio R, cuya densidad espacial de carga es $\rho = Cr$, en la que C es una constante y r es la distancia al eje, calcular:

(a) El campo eléctrico dentro de la región cilíndrica cargada.

(b) El campo eléctrico fuera de la citada región.

(c) El potencial eléctrico en los puntos de la superficie de radio R.

(d) El potencial eléctrico en los puntos de la superficie de radio $2R$.

P11.- En el interior de una esfera dieléctrica de radio a y permitividad ε hay distribuida una carga libre de densidad volúmica $\rho = kr$, siendo k constante y r la distancia del centro de la esfera a un punto del interior.

(a) Determinar el potencial en el centro de la esfera y el campo en todos los puntos del espacio.

(b) Calcular la densidad volúmica de polarización, la densidad superficial de polarización y, a partir de ellas, la carga total de polarización.

P12.- Se tiene una esfera conductora de radio 1cm que se carga a 100 Volt y se desconecta de la batería. Se recubre esta esfera de una capa esférica de espesor 2cm y dieléctrico $\varepsilon_{r_1} = 2$. Sobre esta se introduce un dieléctrico de espesor 2cm y $\varepsilon_{r_2} = 4$. Calcular:

(a) El campo eléctrico en todos los puntos del espacio.

(b) Las densidades de carga de polarización superficiales y volúmicas.

(c) ¿Cuánto vale la carga total de polarización?

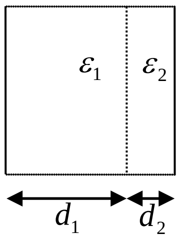
P13.- Se desea construir un condensador de placas paralelas usando goma como dieléctrico. Esta goma tiene una constante dieléctrica $\varepsilon_r = 3$ y un campo de ruptura de $20 \cdot 10^6$ V/m. El condensador debe tener una capacidad de 0.15 μF y debe soportar una d.d.p. máxima de 6000 V. Determinar el área mínima que deberán tener las placas del condensador.

P14.- El condensador de la figura está a una d.d.p. V. Calcular:

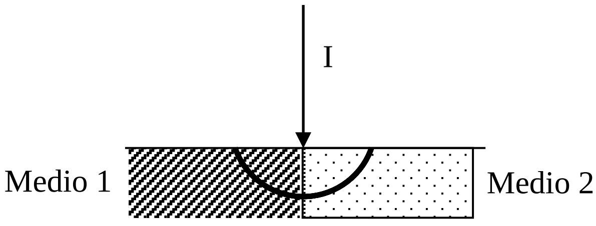
(a) Capacidad.

(b) Relación entre el campo eléctrico en la placa de la izquierda y el campo que existiría si el condensador estuviese lleno sólo de dieléctrico ε_1.

(c) Densidades de carga de polarización, indicando en qué superficies se calculan.



P15.- Un conductor semiesférico de radio $a = 1$m está enterrado mitad en un medio con $\sigma_1 = 4$ mS/m y la otra mitad en otro medio con $\sigma_2 = 10$ mS/m. La superficie que separa los dos medios es un plano que pasa por el centro del conductor. Determinar la resistencia del sistema. (*Septiembre 2005*)



Soluciones

1. **(a)** $F = F_y = 1.56 \cdot 10^{10}$

(b) $E = -E_y = -1.2 \cdot 10^{10}$

(c) $E = 0$

2. $E = -E_y = 14.400 \text{ N/Cul}$

3. **(a)** La bolita C quedará en equilibrio a 0.613 m de la A.
(b) La bolita C quedará en equilibrio a 0.544 m de la A.

4. $\vec{E} = 3636.4\hat{u}_x \text{ V/m}$ $\qquad V = 1.8 \cdot 10^3 \text{ V}$

5. $E = E_y = -132.5 \text{ N/C}$ $\qquad V = 32 \text{ V}$

6. $\vec{E} = \dfrac{qz}{4\pi\varepsilon_0 \left(z^2 + a^2\right)^{3/2}}\hat{u}_z \qquad E_z = \pm\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}$

7. $\vec{E} = \left[\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \dfrac{\sigma z}{2\varepsilon_0\left(a^2 + z^2\right)^{1/2}}\right]\hat{u}_z \qquad E_z = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

8. **(a)** $q_{TOT} = \dfrac{8}{15}\pi\rho_0 a^3$

(b) $\vec{E}_{r>a} = \dfrac{2\rho_0 a^3}{15\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2}\hat{u}_r$

$V(r > a) = \dfrac{2\rho_0 a^3}{15\varepsilon_0}\dfrac{1}{r}$

(c) $\vec{E}_{r<a} = \dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{r}{3} - \dfrac{r^3}{5a^2}\right)\hat{u}_r$

$V(r < a) = \dfrac{2\rho_0 a^2}{15\varepsilon_0} - \dfrac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\dfrac{1}{2}\left(r^2 - a^2\right) + \dfrac{\rho_0}{5a^2\varepsilon_0}\dfrac{1}{4}\left(r^4 - a^4\right)$

10. **(a)** $\vec{E} = \dfrac{c}{3\varepsilon_0}r^2\hat{u}_r$

(b) $\vec{E} = \dfrac{cR^3}{3\varepsilon_0}\dfrac{1}{r}\hat{u}_r$

(c) $V(R) = \dfrac{-cR^3}{9\varepsilon_0}$

(d) $V(2R) = -\left(\dfrac{cR^3}{9\varepsilon_0} + \dfrac{cR^3}{3\varepsilon_0}\ln 2\right)$

11. **(a)** $V(O) = \dfrac{ka^3}{4\varepsilon_0} + \dfrac{ka^3}{12\varepsilon}$

$$\vec{E}_{r<a} = \frac{k}{4\varepsilon} r^2 \hat{u}_r$$

$$\vec{E}_{r>a} = \frac{ka^4}{4\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\hat{u}_r$$

(b) $\sigma_p = \dfrac{ka^2(\varepsilon - \varepsilon_0)}{4\varepsilon}$

$$\rho_p = \frac{-k(\varepsilon - \varepsilon_0)}{\varepsilon} r$$

$$Q_{T_{pol}} = 0$$

12. **(a)** *r<a:* $\vec{E} = 0$

a<r<2a: $\vec{E} = \dfrac{1}{2r^2}\hat{u}_r$

2a<r<4a: $\vec{E} = \dfrac{1}{4r^2}\hat{u}_r$

r>4a: $\vec{E} = \dfrac{1}{r^2}\hat{u}_r$

(b) $\sigma_p(r = a) = \dfrac{-\varepsilon_0}{2a^2}$

$$\sigma_p(r = 2a) = \frac{-\varepsilon_0}{16a^2}$$

$$\sigma_p(r = 4a) = \frac{3\varepsilon_0}{64a^2}$$

(c) $Q_{T\,pol} = 0$

13. $A = \dfrac{d \cdot c}{\varepsilon} \geq \dfrac{V_{\max} \cdot c}{E_{rup} \cdot \varepsilon}$

14. a) $C = \dfrac{1}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1 A} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_2 A}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{c_1} + \dfrac{1}{c_2}}$

b) $E_1 = \dfrac{V}{d_1 + \dfrac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2}}$ $\qquad E_1' = \dfrac{V}{d_1 + d_2}$

c)

$$zona1 \quad \sigma_p = -\frac{V}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_2}} \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_1}$$

$$zona2 \quad \sigma_p = \frac{V}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_2}} \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_1}$$

$$zona3 \quad \sigma_p = \frac{V}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_2}} \cdot \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_0}{\varepsilon_2}$$

$$zona4 \quad \sigma_p = -\frac{V}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_2}} \cdot \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_0}{\varepsilon_2}$$

15. $R = -\dfrac{1}{\pi(\sigma_1 + \sigma_2) \cdot a} = 22.74\Omega$